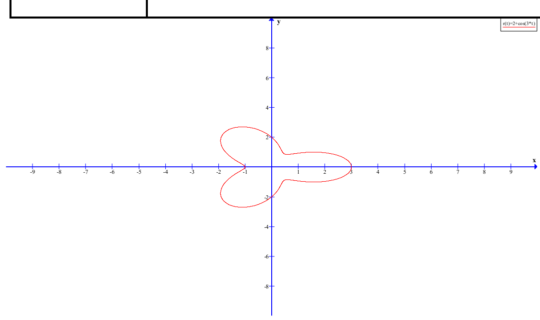
Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
I	1.	$z=\left(\dfrac{2+2i}{\sqrt{3}+i}\right)=\left(\dfrac{2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})}{2(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})}\right)=\sqrt{2}(\cos\dfrac{\pi}{12}+i\sin\dfrac{\pi}{12})$	0,5
		$z^{2016}=2^{1008}(\cos 168\pi+i\sin 168\pi)$	0,5
		$\sqrt[3]{z}=\sqrt[6]{2}(\cos\dfrac{\frac{\pi}{12}+k2\pi}{3}+i\sin\dfrac{\frac{\pi}{12}+k2\pi}{3})$; $k=0,1,2$	0,5
	2	$f(x)=(x^2+e^{3x})^{\frac{1}{x}}$ là hàm sơ cấp nên liên tục với $x\neq 0$	0,5
		$f(0)=m$ $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}(x^2+e^{3x})^{\frac{1}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0}(x^2+e^{3x}-1).\frac{1}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2+3x}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0}3}=e^3$ Do $x\to 0$: $e^{3x}-1\sim 3x$. Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $m=e^3$.	0,5
II	1	$f(x)=\dfrac{2x^2}{5-3x}=\dfrac{2x^2}{5(1-\frac{3x}{5})}=\dfrac{2}{5}x^2\left(1+\dfrac{3x}{5}+\dfrac{3^2x^2}{5^2}+...+\dfrac{3^nx^n}{5^n}+O(x^n)\right)$ $=\dfrac{2x^3}{5}+\dfrac{3.2x^4}{5^2}+\dfrac{3^2.2x^5}{5^3}+...+\dfrac{3^n.2x^{n+2}}{5^{n+1}}+O(x^{n+2})$	0,5
		$f^{(2020)}(0)=\dfrac{2020!.2.3^{2018}}{5^{2019}}$	0,5

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">2</td><td>$D=\mathbb{R}$, $T=\dfrac{2\pi}{3}$

Hàm số chẵn nên khảo sát trên $[0;\dfrac{\pi}{3}]$

$r^{/} =-\sin 3\varphi$; $r^{/} =0 \Leftrightarrow \varphi =0;\dfrac{\pi}{3}$

$\tan w=\dfrac{r}{r^{/}}$;
$\tan w=\infty \Leftrightarrow \varphi =0;\dfrac{\pi}{3}.$
$\tan\ w\neq 0$</td><td>0,5

0,25</td></tr>
<tr><td><table>
<tr><td>φ</td><td>0</td><td></td><td>$\dfrac{\pi}{3}$</td></tr>
<tr><td>r'</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td></tr>
<tr><td>r</td><td>3</td><td>$\searrow$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>tan w</td><td>∞</td><td></td><td>∞</td></tr>
</table>
</td><td>0,5

0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">III</td><td rowspan="3">1.</td><td>$\int_0^2 \dfrac{(4x+1)dx}{\sqrt[3]{2-x}}$</td><td></td></tr>
<tr><td>Đặt $t=\sqrt[3]{2-x} \Rightarrow 3t^2dt=-dx$
$I=\int_0^2 \dfrac{(4x+1)dx}{\sqrt[3]{2-x}}=\lim_{b\to 2^-}\int_0^b \dfrac{(4x+1)dx}{\sqrt[3]{2-x}}=\lim_{b\to 2^-}\int_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{2-b}} \dfrac{(9-4t^3)(-3t^2)dt}{t}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>$I=\dfrac{87}{10}\sqrt[3]{4}$</td><td>0,5</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">2.</td><td>$$I = \int_2^{+\infty} \frac{7+3\sin x}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}}dx$$
$$= \int_2^{3} \frac{7+3\sin x}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}}dx + \int_3^{+\infty} \frac{7+3\sin x}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}}dx = I_1 + I_2$$
Xét I_1
Khi $x \to 2^+ : \frac{7+3\sin x}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}} \sim \frac{7+3\sin 2}{\sqrt[3]{(x-2).34}}$.
Do $\int_2^{3} \frac{7+3\sin 2}{\sqrt[3]{(x-2).34}}dx$, $\alpha = 1/3 < 1$ hội tụ nên I_1 hội tụ (TCSS2)</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Xét I_2
Khi $x \to +\infty : \frac{7+3\sin x}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}} \le \frac{10}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}} \sim \frac{10}{x^2}$.
Do $\int_3^{+\infty} \frac{10}{x^2}dx$; $\alpha = 2 > 1$ hội tụ nên $\int_3^{+\infty} \frac{10}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}}dx$ hội tụ (TCSS2) nên I_2 hội tụ (TCSS1)
Vậy $I = I_1 + I_2$ hội tụ.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">IV</td><td rowspan="2">1</td><td>$\frac{\ln n}{3n^4+n^2+7} < \frac{n}{3n^4+n^2+7} \sim \frac{1}{3n^3}$; $\ln n < n$, $\forall n \ge 1$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^3}$; $\alpha = 3 > 1$ hội tụ nên $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{3n^4+n^2+7}$ hội tụ (TCSS2) nên chuỗi ban đầu hội tụ (TCSS1)</td><td>0,5</td></tr>
</table>

	2	Đặt $X = x-4$ thì chuỗi trở thành $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{X^n}{9^n.n\sqrt{n}}$ Xét $\lim_{n\to\infty}\left\lvert\frac{a_{n+1}}{a_n}\right\rvert = \frac{1}{9}$ suy ra $R=9$. Nên khoảng hội tụ là (-5,13)	0,5
		- Tại x=-5: ta được $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$ hội tụ theo tiêu chuẩn Leibnitz - Tại x= 13: ta được $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$ hội tụ do $\alpha > 1$. - Vậy miền hội tụ của chuỗi là [-5,13]	0,5
	3	Các hệ số Fourier $a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{\pi/2}^{\pi} 3\,dx = 3/2$ $a_n = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x)\cos nx dx = \frac{-3}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}$ $b_n = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x)\sin nx dx = \frac{3}{n\pi}(\cos\frac{n\pi}{2} - (-1)^n)$	0,5
		Tại $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, x \neq l\pi$ với $k,l \in \mathbb{Z}$ .Thì khai triển Fourier là $f(x) = \frac{3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{-3}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}\cos nx + \frac{3}{n\pi}(\cos\frac{n\pi}{2} - (-1)^n)\sin nx\right)$. Tại $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = l\pi$: S=3/2	0,5